b)

$$V(0)=G(1)+G(0)=G(1)+=-\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{V(x)=-\frac{\pi}{4}}$$

$$\Rightarrow G\left(\frac{1}{4}\right)+G\left(\frac{3}{5}\right)=V(3)=-\frac{\pi}{4}$$

Exercice 9

$$f(x)=\frac{1}{\sin x}, x\in]0,\pi[$$

1) $\sin x\neq 0$ et dérivable sur $]0,\pi[$

$\Rightarrow f$ Dérivable sur $]0,\pi[$ et $f'(x)=-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$

$f'(x)=0\Rightarrow \cos x=0\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$

Le signe de f' est celui de $-\cos x$.

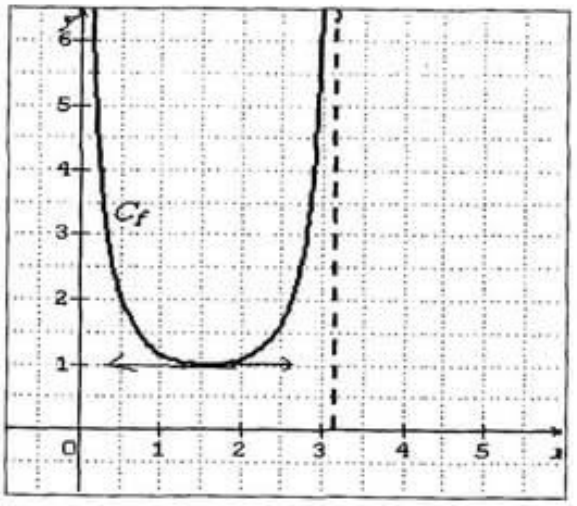
T.V :

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
f		$-$	0	$+$	
f'	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{\sin x}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to \pi^-}\frac{1}{\sin x}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

Courbe de f :



2) g la restriction de f à $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right[$

a) g est continue et strictement croissante sur $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right[$ donc g réalise une bijection de $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right[$ sur $J=g\left(\left[\frac{\pi}{2},\pi\right[\right)=[1,+\infty[$.

b) g est dérivable sur $\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$ et

$g'(x)\neq 0, \forall x\in \left]\frac{\pi}{2},\pi\right[\Rightarrow g^{-1}$ Dérivable sur $]1,+\infty[$.

[g^{-1} Non dérivable a droite en 1 car $g'\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$]

$$\left(g^{-1}\right)'(x)=\frac{1}{g'\left(g^{-1}(x)\right)}=\frac{1}{-\frac{\cos\left(g^{-1}(x)\right)}{\sin^2\left(g^{-1}(x)\right)}}$$

$$=-\frac{\sin^2\left(g^{-1}(x)\right)}{\cos\left(g^{-1}(x)\right)}$$

Or $g\circ\left(g^{-1}\right)(x)=\frac{1}{\sin g^{-1}(x)}=x\Rightarrow \sin g^{-1}(x)=\frac{1}{x}$

Et on a : $\cos g^{-1}(x)=\sqrt{1-\sin^2 g^{-1}(x)}$

Donc : $\left(g^{-1}\right)'(x)=-\frac{\left(\frac{1}{x}\right)^2}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn